2. *Постников М. М.* Аналитическая геометрия. – М. : Наука. – 1973. – 752 с.

3. *Ефимов И. Н., Морозов Е. А., Жукова, Магафуров В. В.* Устойчивые алгоритмы на основе эквиаффинных преобразований // Вестник ИжГТУ. – 2013. – № 3(59). – С. 165–167.

4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика. – М. : Наука. – 1965. – 204 с.

5. *Голубев Ю. Ф.* Основы теоретической механики. – 2-е изд. – М. : Изд-во МГУ, 2000. – 720 с.

I. N. Efimov, DSc in Engineering, Professor, Tchaikovsky Technological Institute (branch) of Kalashnikov Izhevsk State Technical University

E. A. Morozov, DSc in Engineering, Professor, Tchaikovsky Technological Institute (branch) of Kalashnikov Izhevsk State Technical University

K. M. Selivanov, PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Perm National Research Polytechnic Institute

Equiaffine Transformations for Asymmetric Top

The paper introduces infinitely small one-parameter transformations of angular velocities of free rotation of a rigid body in the space of its coordinates of quaternions, preserving, respectively, the elements of areas and volumes. The results of numerical integration of equations of motion are given.

Keywords: free rotation, space of quaternions, equiaffine transformations, numerical algorithms.

Получено 05.08.2014

УДК 004.042

Я. М. Далингер, кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ С ТИРАЖИРОВАНИЕМ СООБЩЕНИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ

Приводятся результаты разработки математической модели для расчета характеристик системы с тиражированием обслуживаемых сообщений.

Ключевые слова: поток сообщений, алгоритм тиражирования, обработка информации, математическая модель.

Многим системам обработки информации в иерархических структурах присущ эффект тиражирования обслуживаемых сообщений, когда поступившее элементарное сообщение тиражируется на группу копий, которые обрабатываются и выходят из системы как отдельные сообщения.

Существует большое количество алгоритмов тиражирования, отличающихся моментом появления копий и порядком их обработки в системе. Здесь исследуется алгоритм тиражирования во время обработки, при котором поступившее сообщение проходит несколько этапов обработки, и на каждом этапе создается его копия, покидающая систему как отдельное сообщение.

Разработана математическая модель, дающая возможность вычислять значение основных характеристик системы.

Описание системы

Исследуется система, состоящая из обслуживающего устройства, на вход которого поступает N взаимно независимых пуассоновских потоков элементарных сообщений. Параметр потока номер j – λ_j, ($0 < \lambda_j < \infty$; $j = 1, 2, \ldots, N$). Обслуживающее устройство содержит ряд виртуальных устройств, которые выполняют обработку сообщений.

Каждое элементарное сообщение, поступив на обслуживание, проходит последовательную обработку на виртуальных устройствах, соответствующих этапам обработки. Общее число виртуальных устройств (этапов) в системе равно M ($1 \le M < \infty$). На каждом этапе после обработки создается копия сообщения, которая уходит из системы, образуя выходящий поток сообщений. На последнем этапе элементарное сообщение после обработки уничтожается, а его копия выходит из системы.

Поток номер j имеет параметр

$$\mathbf{x}_j = (x_{j1}, x_{j2}, \ldots, x_{jM}),$$

где $x_{jk} = n$ ($1 \le n \le M$) и n – номер виртуального устройства (виртуальной машины), которая обрабатывает сообщение на k-м шаге его обслуживания. Если $x_{jk} = 0$, то это значит, что на шаге k сообщение не обрабатывается ни на одном из виртуальных устройств. Если $x_{jk} = 0$, то $x_{jm} = 0$ для всех $M \ge m > k$. Таким образом, вектор $\mathbf{x}_j$ задает последовательность обработки сообщения потока j на виртуальных устройствах. Считаем, что для любого j ($1 \le j \le N$) $x_{jk} \ne x_{jm}$, если $k \ne m$, $x_{jk} \ne 0$ и $x_{jm} \ne 0$, т. е. на каждом виртуальном устройстве сообщение любого потока обрабатывается не более одного раза.

© Далингер Я. М., 2014

Используя векторы $\mathbf{x}_j$, можно построить матрицу $\mathbf{Z} = \|z_{mn}\|$ $(m = 1,2,...,N;\ n = 1,2,...,M)$, где $z_{mn} = 1$, если виртуальное устройство номер n обрабатывает сообщение потока m, и $z_{mn} = 0$, если виртуальное устройство номер n не обрабатывает сообщение потока m. Так что $z_{mn} = 1$, если существует $x_{mk} = n$ $(k = 1, 2,\ldots, M)$.

Длительность обработки сообщения потока j на этапе номер k – случайная величина ξ_{jk} с функцией распределения $B_{jk}(t)$, имеющая конечный первый и второй моменты:

$$\infty > \int_0^\infty t dB_{jk}(t) = b_{jk1} > 0 \text{ и } \infty > \int_0^\infty t^2 dB_{jk}(t) = b_{jk2} > 0$$

$(j = 1, 2, \ldots, N;\ k = 1, 2, \ldots, M)$.

Элементарные сообщения образуют очереди перед виртуальными устройствами и обрабатываются в порядке поступления. Длительность ожидания и объем очереди перед каждым виртуальным устройством не ограничены. Таким образом, каждое виртуальное устройство можно рассматривать как систему массового обслуживания (СМО) типа **M/G/1/∞** [1].

Структура системы приведена на рис. 1, где показаны виртуальные обслуживающие устройства на этапах, очередь входящих элементарных сообщений и выходящие потоки.

Модель системы

Определим интенсивность входящего потока элементарных сообщений на виртуальное устройство номер k. Если интенсивность потока j – λ_j $(0 < \lambda_j < \infty)$, то величину интенсивности потока сообщений, поступающих на обработку на виртуальное устройство k, можно вычислить по формуле

$$\Lambda_k = \sum_{j=1}^{N} \lambda_j z_{jk}, \qquad (1)$$

где z_{jk} $(j = 1, 2,\ldots, N;\ k = 1, 2,\ldots, M)$ – элемент матрицы **Z**, определенной выше.

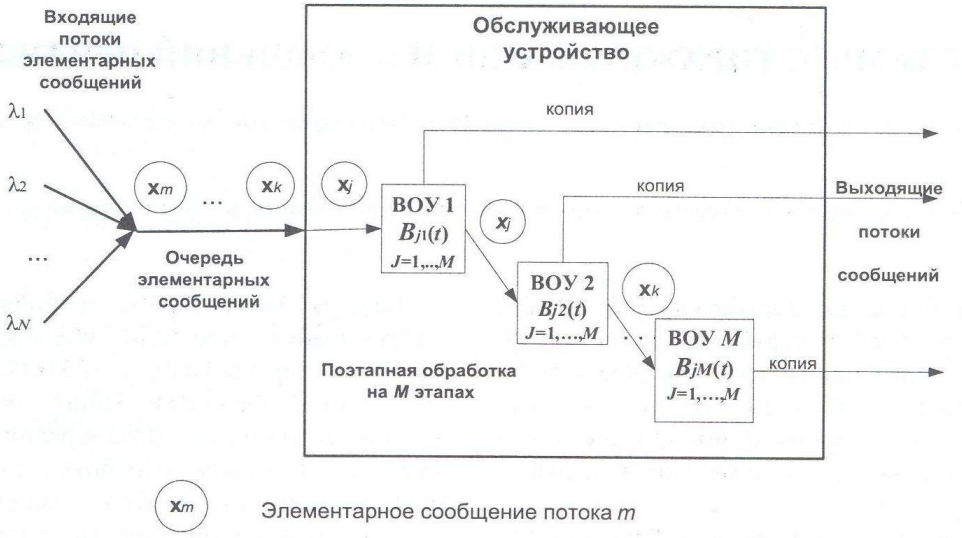

Рис. 1. Структура системы обслуживания с тиражированием

Справедливость (1) следует из того, что на вход виртуального устройства k поступают для обработки элементарные сообщения всех потоков, для которых предусмотрена обработка на этом устройстве. При этом порядок обработки на виртуальных устройствах не имеет значения.

Очевидно, что интенсивность выходящего потока из системы равна суммарной интенсивности выходящих потоков из виртуальных устройств и может быть вычислена по формуле

$$\mathrm{B} = \sum_{k=1}^{M} \Lambda_k. \qquad (2)$$

Формула (2) справедлива при условии, что для каждого виртуального устройства интенсивность выходящего потока в установившемся режиме равна интенсивности входящего потока.

При обработке на устройствах в порядке поступления средняя длительность обслуживания сообщения потока j (длительность пребывания в системе) складывается из средних длительностей его обработки на всех виртуальных устройствах согласно вектору $\mathbf{x}_j$ и матрице **Z**, и может быть вычислена по формуле

$$T_j = \sum_{k=1}^{M} T_{jk} z_{jk}, \qquad (3)$$

где T_{jk} – среднее время, проведенное сообщением потока j на виртуальном устройстве k (время ожидания в очереди плюс время обработки).

Следует отметить, что в однолинейной СМО с несколькими входящими потоками и обслуживанием в порядке поступления длительность ожидания в очереди для сообщений различных потоков раз-

лична. Это следует, например, из того, что очередь к устройству складывается в зависимости от интенсивностей, поступающих на это устройство потоков сообщений. Задача вычисления среднего времени пребывания сообщения на обработке (ожидание в очереди и обработка) на виртуальном устройстве k для сообщений потока j здесь может быть решена с применением результатов, представленных, например, в [2]. Откуда получим:

$$T_{jk} = \left(z_{jk} b_{jk1} + \frac{\lambda_j b^*_{jk2}}{2(1-\lambda_j b^*_{jk1})} \right), \qquad (4)$$

где $b^*_{jk1} = \dfrac{d\varphi_{jk}(s)}{ds}|_{s=0}$; $b^*_{jk2} = \dfrac{d^2\varphi_{jk}(s)}{ds^2}|_{s=0}$;

$$\varphi_{jk}(s) = z_{jk}\beta_{jk}(s)\prod_{\substack{m=1 \\ m\neq j}}^{N}\left[(1-z_{mk}) + z_{mk}\alpha_j(\lambda_m(1-\beta_{mk}(s)))\right]$$

для всех $j = 1, 2,\ldots, N$; $k = 1, 2,\ldots, M$.

Здесь $\beta_{jk}(s)$ – преобразование Лапласа – Стилтьеса функции распределения длительности обработки сообщения потока j на виртуальном устройстве номер k ($B_{jk}(t)$); $\alpha_j(s)$ – преобразование Лапласа – Стилтьеса функции распределения длительности интервала между сообщениями потока j, поступающего на виртуальное устройство k. В формуле (4) компоненты, для которых $z_{jk} = 0$, также равны нулю.

Отметим, что длительность пребывания на виртуальном устройстве k произвольно взятого сообщения может быть вычислена по формуле [1]

$$\hat{T}_k = \hat{b}_{k1} + \frac{\Lambda_k \hat{b}_{k2}}{2(1-\Lambda_k \hat{b}_{k1})}, \qquad (5)$$

где $\hat{b}_{k1} = \dfrac{1}{\Lambda_k}\sum_{j=1}^{N}\lambda_j z_{jk} b_{jk1}$; $\hat{b}_{k2} = \dfrac{1}{\Lambda_k}\sum_{j=1}^{N}\lambda_j z_{jk} b_{jk2}$

($k = 1, 2,\ldots, M$).

Условием существования установившегося режима для виртуального устройства k будет выполнение неравенства [1] $\Lambda_k \hat{b}_{k1} < 1$ ($k = 1, 2,\ldots, M$).

Теперь, используя (4), можно вычислить среднее время пребывания сообщения потока j на обслуживании как суммарное среднее время обработки на виртуальных устройствах, обрабатывающих сообщения этого потока. Также можно вычислить среднее время ожидания в очереди для сообщения потока j:

$$W_{jk} = T_{jk} - z_{jk} b_{jk1} = \frac{\lambda_j b^*_{jk2}}{2(1-\lambda_j b^*_{jk1})}) \qquad (6)$$

для всех $k = 1, 2,\ldots, M$.

Общая длина очереди к виртуальному устройству k может быть вычислена с использованием формулы

$$W_k = \sum_{j=1}^{N}\lambda_j W_{jk}.$$

Полученные формулы позволяют вычислять характеристики системы.

Пример. Пусть $N = 3$, $M = 3$; $\mathbf{x}_1 = (1,3,0)$, $\mathbf{x}_2 = (1,2,0)$, $\mathbf{x}_3 = (1,2,3)$;

$A_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}$, $A_2(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t}$,

$A_3(t) = 1 - e^{-\lambda_3 t}$ $B_{11}(t) = 1 - e^{-\mu_{11} t}$,

$B_{13}(t) = 1 - e^{-\mu_{13} t}$, $B_{21}(t) = 1 - e^{-\mu_{21} t}$, $B_{22}(t) = 1 - e^{-\mu_{22} t}$,

$B_{31}(t) = 1 - e^{-\mu_{31} t}$, $B_{32}(t) = 1 - e^{-\mu_{32} t}$, $B_{33}(t) = 1 - e^{-\mu_{33} t}$

Матрица $\mathbf{Z}$ при этом имеет вид $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

откуда с учетом (1) получим:

$$\Lambda_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \quad \Lambda_2 = \lambda_2 + \lambda_3, \quad \Lambda_3 = \lambda_1 + \lambda_3.$$

Из (4) будем иметь с использованием матрицы $\mathbf{Z}$ и функций распределения:

$$\varphi_{11}(s) = \beta_{11}(s)\alpha_1(\lambda_2(1-\beta_{21}(s)))\alpha_1(\lambda_3(1-\beta_{31}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{11}}{(\mu_{11}+s)}\frac{(\mu_{21}+s)\lambda_1}{(\lambda_1\mu_{21}+\lambda_1 s+\lambda_2 s)}\frac{(\mu_{31}+s)\lambda_1}{(\lambda_1\mu_{31}+\lambda_1 s+\lambda_3 s)};$$

$$\varphi_{21}(s) = \beta_{21}(s)\alpha_2(\lambda_1(1-\beta_{11}(s)))\alpha_2(\lambda_3(1-\beta_{31}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{21}}{(\mu_{21}+s)}\frac{(\mu_{11}+s)\lambda_2}{(\lambda_2\mu_{11}+\lambda_2 s+\lambda_1 s)}\frac{(\mu_{31}+s)\lambda_2}{(\lambda_2\mu_{31}+\lambda_2 s+\lambda_3 s)};$$

$$\varphi_{31}(s) = \beta_{31}(s)\alpha_3(\lambda_1(1-\beta_{11}(s)))\alpha_3(\lambda_2(1-\beta_{21}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{31}}{(\mu_{31}+s)}\frac{(\mu_{11}+s)\lambda_3}{(\lambda_3\mu_{11}+\lambda_3 s+\lambda_1 s)}\frac{(\mu_{21}+s)\lambda_3}{(\lambda_3\mu_{21}+\lambda_3 s+\lambda_2 s)};$$

$$\varphi_{22}(s) = \beta_{22}(s)\alpha_2(\lambda_3(1-\beta_{32}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{22}}{(\mu_{22}+s)}\frac{(\mu_{32}+s)\lambda_2}{(\lambda_2\mu_{32}+\lambda_2 s+\lambda_3 s)};$$

$$\varphi_{32}(s) = \beta_{32}(s)\alpha_3(\lambda_2(1-\beta_{22}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{32}}{(\mu_{32}+s)}\frac{(\mu_{22}+s)\lambda_3}{(\lambda_3\mu_{22}+\lambda_3 s+\lambda_2 s)};$$

$$\varphi_{13}(s) = \beta_{13}(s)\alpha_1(\lambda_3(1-\beta_{33}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{13}}{(\mu_{13}+s)}\frac{(\mu_{33}+s)\lambda_1}{(\lambda_1\mu_{33}+\lambda_1 s+\lambda_3 s)};$$

$$\varphi_{33}(s) = \beta_{33}(s)\alpha_3(\lambda_1(1-\beta_{13}(s))) =$$
$$= \frac{\mu_{33}}{(\mu_{33}+s)}\frac{(\mu_{13}+s)\lambda_3}{(\lambda_3\mu_{13}+\lambda_3 s+\lambda_1 s)}.$$

Здесь $\alpha_j(s) = \int_0^\infty e^{-st} dA_j(t)$; $\beta_{jk}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dB_{jk}(t)$

($j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$).

Используя полученные преобразования Лапласа – Стилтьеса, вычислим требуемые моменты длительностей обработки на виртуальных устройствах.

Первые моменты:

$$b^*_{111}=\frac{1}{\mu_{11}}+\frac{\lambda_2}{\lambda_1\mu_{21}}+\frac{\lambda_3}{\lambda_1\mu_{31}};\quad b^*_{211}=\frac{1}{\mu_{21}}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2\mu_{11}}+\frac{\lambda_3}{\lambda_2\mu_{31}};$$

$$b^*_{311}=\frac{1}{\mu_{31}}+\frac{\lambda_1}{\lambda_3\mu_{11}}+\frac{\lambda_2}{\lambda_3\mu_{21}};\quad b^*_{221}=\frac{1}{\mu_{22}}+\frac{\lambda_3}{\lambda_2\mu_{32}};$$

$$b^*_{321}=\frac{1}{\mu_{32}}+\frac{\lambda_2}{\lambda_3\mu_{22}};\quad b^*_{131}=\frac{1}{\mu_{13}}+\frac{\lambda_3}{\lambda_1\mu_{33}};$$

$$b^*_{331}=\frac{1}{\mu_{33}}+\frac{\lambda_1}{\lambda_3\mu_{13}}.$$

Вторые моменты:

$$b^*_{112}=\frac{2}{\mu_{11}^2}+\frac{2\lambda_2}{\lambda_1\mu_{21}\mu_{11}}+\frac{2\lambda_3}{\lambda_1\mu_{31}\mu_{11}}+\frac{2\lambda_2\lambda_3}{\lambda_1^2\mu_{21}\mu_{31}}+$$
$$+\frac{2\lambda_2(\lambda_1+\lambda_2)}{(\lambda_1\mu_{21})^2}+\frac{2\lambda_3(\lambda_1+\lambda_3)}{(\lambda_1\mu_{31})^2};$$

$$b^*_{212}=\frac{2}{\mu_{21}^2}+\frac{2\lambda_1}{\lambda_2\mu_{11}\mu_{21}}+\frac{2\lambda_3}{\lambda_2\mu_{31}\mu_{21}}+\frac{2\lambda_1\lambda_3}{\lambda_2^2\mu_{11}\mu_{31}}+$$
$$+\frac{2\lambda_1(\lambda_2+\lambda_1)}{(\lambda_2\mu_{11})^2}+\frac{2\lambda_3(\lambda_2+\lambda_3)}{(\lambda_2\mu_{31})^2};$$

$$b^*_{312}=\frac{2}{\mu_{31}^2}+\frac{2\lambda_1}{\lambda_3\mu_{11}\mu_{31}}+\frac{2\lambda_2}{\lambda_3\mu_{31}\mu_{21}}+\frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_3^2\mu_{11}\mu_{21}}+$$
$$+\frac{2\lambda_1(\lambda_3+\lambda_1)}{(\lambda_3\mu_{11})^2}+\frac{2\lambda_2(\lambda_3+\lambda_2)}{(\lambda_3\mu_{21})^2};$$

$$b^*_{222}=\frac{2}{\mu_{22}^2}+\frac{2\lambda_3}{\lambda_2\mu_{22}\mu_{32}}+\frac{2\lambda_3(\lambda_2+\lambda_3)}{(\lambda_2\mu_{32})^2};$$

$$b^*_{322}=\frac{2}{\mu_{32}^2}+\frac{2\lambda_2}{\lambda_3\mu_{22}\mu_{32}}+\frac{2\lambda_2(\lambda_2+\lambda_3)}{(\lambda_3\mu_{22})^2};$$

$$b^*_{132}=\frac{2}{\mu_{13}^2}+\frac{2\lambda_3}{\lambda_1\mu_{13}\mu_{33}}+\frac{2\lambda_3(\lambda_1+\lambda_3)}{(\lambda_1\mu_{33})^2};$$

$$b^*_{332}=\frac{2}{\mu_{33}^2}+\frac{2\lambda_1}{\lambda_3\mu_{33}\mu_{13}}+\frac{2\lambda_1(\lambda_3+\lambda_1)}{(\lambda_3\mu_{13})^2}.$$

Откуда:

$$T_{11}=\frac{1}{\mu_{11}}+\frac{(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})/\mu_{11}}{1-(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})}+$$
$$+\frac{(\rho_{21}^2+\rho_{31}^2+\rho_{21}\rho_{31})/\lambda_1+\rho_{21}^2/\lambda_2+\rho_{31}^2/\lambda_3}{1-(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})};$$

$$T_{21}=\frac{1}{\mu_{21}}+\frac{(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})/\mu_{21}}{1-(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})}+$$
$$+\frac{(\rho_{11}^2+\rho_{31}^2+\rho_{11}\rho_{31})/\lambda_2+\rho_{11}^2/\lambda_1+\rho_{31}^2/\lambda_3}{1-(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})};$$

$$T_{31}=\frac{1}{\mu_{31}}+\frac{(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})/\mu_{31}}{1-(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})}+$$
$$+\frac{(\rho_{11}^2+\rho_{21}^2+\rho_{11}\rho_{21})/\lambda_3+\rho_{11}^2/\lambda_1+\rho_{21}^2/\lambda_2}{1-(\rho_{11}+\rho_{21}+\rho_{31})};$$

$$T_{22}=\frac{1}{\mu_{22}}+\frac{(\rho_{22}+\rho_{32})/\mu_{22}+\rho_{32}^2/\lambda_2+\rho_{32}^2/\lambda_3}{1-(\rho_{22}+\rho_{32})};$$

$$T_{32}=\frac{1}{\mu_{32}}+\frac{(\rho_{32}+\rho_{22})/\mu_{32}+\rho_{22}^2/\lambda_2+\rho_{22}^2/\lambda_3}{1-(\rho_{32}+\rho_{22})};$$

$$T_{13}=\frac{1}{\mu_{13}}+\frac{(\rho_{13}+\rho_{33})/\mu_{13}+\rho_{33}^2/\lambda_3+\rho_{33}^2/\lambda_1}{1-(\rho_{13}+\rho_{33})};$$

$$T_{33}=\frac{1}{\mu_{33}}+\frac{(\rho_{33}+\rho_{13})/\mu_{33}+\rho_{13}^2/\lambda_1+\rho_{13}^2/\lambda_3}{1-(\rho_{33}+\rho_{13})}.$$

Здесь

$$\rho_1=\lambda_1/\mu_{11};\ \rho_{21}=\lambda_2/\mu_{21};\ \rho_{31}=\lambda_3/\mu_{31};\ \rho_{22}=\lambda_2/\mu_{22};$$
$$\rho_{32}=\lambda_3/\mu_{32};\ \rho_{13}=\lambda_1/\mu_{13};\ \rho_{33}=\lambda_3/\mu_{33}.$$

Далее получим с учетом (3):

$$T_1=T_{11}+T_{13};\quad T_2=T_{21}+T_{22};\quad T_3=T_{31}+T_{32}+T_{33}.$$

На рис. 2 приведены результаты расчетов величин T_1, T_2, T_3 при следующих значениях параметров функций распределения: $\lambda_2=5;\ \lambda_3=2;\ \mu_{11}=10;$ $\mu_{21}=20;\ \mu_{31}=10;\ \mu_{22}=20;\ \mu_{32}=20;\ \mu_{13}=20;\ \mu_{33}=10,$ откуда получим $\rho_{11}=0,1\lambda_1;\ \rho_{21}=0,25;$ $\rho_{31}=0,2;\ \rho_{22}=0,25;\ \rho_{32}=0,1;\ \rho_{13}=0,05\lambda_1;\ \rho_{33}=0,2.$

$$T_1=\frac{0,1525+0,1325\lambda_1}{\lambda_1(0,55+0,1\lambda_1)}+\frac{0,04+0,07\lambda_1}{\lambda_1(0,8+0,05\lambda_1)};$$

$$T_2=\frac{0,078+0,016\lambda_1}{(0,55+0,1\lambda_1)}+0,0877;$$

$$T_3=\frac{0,005\lambda_1^2+0,035\lambda_1+0,075}{0,55+0,1\lambda_1}+0,144+$$
$$+\frac{0,1+0,0025\lambda_1+0,00125\lambda_1^2}{0,8-0,05\lambda_1}.$$

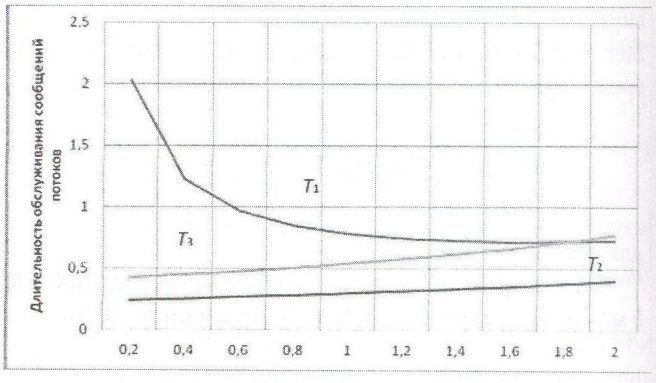

Рис. 2. Зависимость средней длительности обслуживания сообщений различных потоков в системе

На рис. 3 Приведены графики зависимости средней длительности пребывания на виртуальном устройстве *1* сообщений различных потоков.

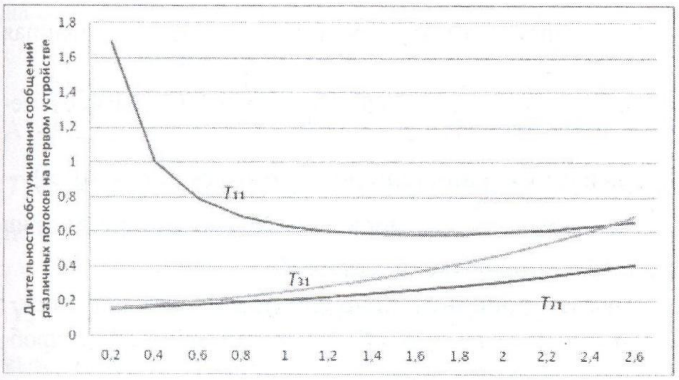

Рис. 3. Зависимость средней длительности пребывания сообщений различных потоков на виртуальном устройстве *1*

Выводы

Приведенные в статье результаты дают возможность вычислять характеристики системы с тиражированием обрабатываемых сообщений в зависимости от параметров тиражирования, что позволяет также решать задачи выбора оптимальных значений параметров тиражирования при проектировании подобных систем.

Возможно развитие результатов для случая, когда длительность обработки на виртуальных устройствах зависит от количества виртуальных устройств.

Библиографические ссылки

1. *Клейнрок Л.* Вычислительные системы с очередями : пер. с англ. / под ред. Б. С. Цыбакова. – М. : Мир, 1979. – 600 с.

2. *Никитин Е. В., Саксонов Е. А.* Управление потоками данных в многосерверных системах обработки информации // Информатика и системы управления. – 2010. – № 25. – С. 3–9.

3. *Далингер Я. М.* Модель системы обработки с тиражированием поступающих сообщений // Вестник ИжГТУ. – 2014. – № 2(62). – С. 155–159.

Ya. M. Dalinger, PhD in Engineering, Associate Professor, Saint-Petersburg State University of Civil Aviation

Analysis of System with Message Copying While Processing

A mathematical model for calculation of the features of the system with copying the maintained messages is presented.

Keywords: flow of messages, copying of messages, information processing, mathematical model.

Получено 11.08.2014

УДК 519.23

М. В. Радионова, кандидат физико-математических наук, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Пермь

В. В. Чичагов, кандидат физико-математических наук, Пермский государственный национальный исследовательский университет

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ КРИТЕРИЕВ СОГЛАСИЯ ТИПА ХИ-КВАДРАТ*

Предложен новый класс асимптотических критериев для проверки гипотезы о виде распределения, принадлежащего однопараметрическому экспоненциальному семейству. Каждый критерий основывается на заданном множестве параметрических функций, допускающих несмещенную оценку. На примере проверки гипотезы о распределении Пуассона против гипотезы о геометрическом распределении проведено сравнение предложенного критерия с критерием, основывающемся на обобщенном методе моментов.

Ключевые слова: экспоненциальное семейство, несмещенная оценка, критерий согласия, мощность.

Решение задачи проверки гипотезы о виде распределения случайной величины ξ по выборке $X_1,\ldots,X_n$, элементами которой являются независимые случайные величины, имеющие то же распределение, что и ξ, является одной из фундаментальных проблем математической и прикладной статистики. Проверка этой гипотезы осуществляется обычно с помощью критерия согласия, который может основываться на близости эмпирической и теоретической функции распределения, на близости плотности распределения и гистограммы, на характеризации распределения свойствами определенных статистик выборки. В эконометрических приложениях, связанных с идентификацией распределения ξ, нашли широкое применение статистические критерии моментных условий (см., например, [1]). Основу каждого такого J-критерия, так мы будем его называть, составляет статистика вальдовского типа, представляемая обычно следующим образом [2]:

© Радионова М. В., Чичагов В. В., 2014

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.